УДК 531.3:681.2.08 DOI 10.21685/2307-4205-2017-3-3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ГЕТЕРОГЕННОЙ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОННОГО БЛОКА ПРИ УДАРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Д. В. Артамонов, А. Н. Литвинов, Н. К. Юрков

Введение

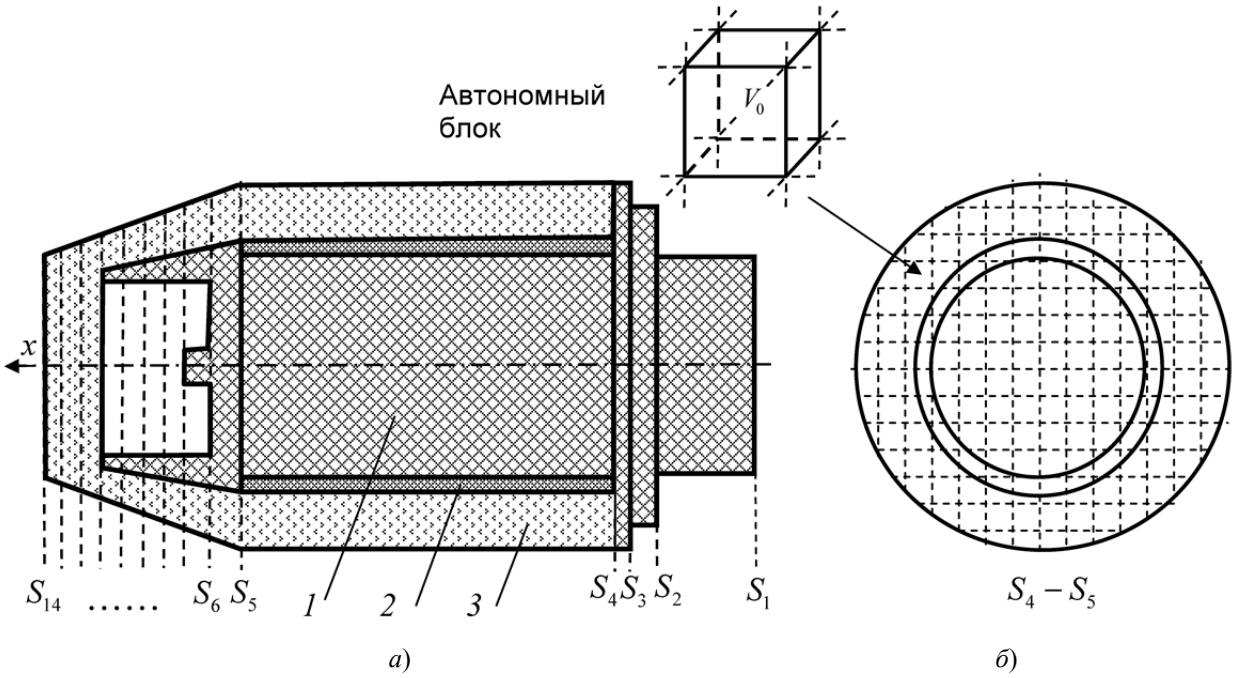
Большинство блоков радиоэлектронных средств (РЭС) представляет собой гетерогенные структуры, подверженные действию динамических нагрузок в эксплуатационных режимах их использования. Анализ работоспособности блоков РЭС показывает, что до 50 % их отказов в эксплуатации связано с действием вибрационных и ударных нагрузок.

Наиболее подвержены механическим ударам полупроводниковые приборы. Ударное ускорение возбуждает упругие колебания, которые могут приводить к обрыву контактов, к механическому и тепловому разрушению полупроводниковой структуры приборов. Упругие механические колебания изменяют электрические параметры полупроводниковой структуры, а это может привести к паразитной параметрической генерации, которая оказывает негативное воздействие на полупроводниковые приборы вплоть до выхода их из строя. Для защиты приборов и их блоков от действия динамических нагрузок часто применяют их заливку компаундами, что существенно усложняет их производство и делает эти блоки неремонтопригодными.

В связи с этим весьма актуальным является разработка моделей и методик, позволяющих проводить математическое моделирование динамического состояния блоков РЭС, представляющих собой гетерогенную структуру, и на ранних стадиях проектирования принимать конструкторско-технологические решения по созданию вибро- и удароустойчивых конструкций.

Математическая модель исследования динамического процесса

Рассмотрим электронный блок, показанный на рис. 1. Блок установлен в жесткий металлический корпус и подвергается воздействию удара по продольной оси *x*.



а) *б*)

Рис. 1. Декомпозиция электронного блока:
а – разбиение на цилиндрические области; *б* – разбиение на автономные блоки;
1 – термопласт; *2* – стеклотекстолитовая плата; *3* – заливка

Математическое моделирование динамического процесса, происходящего в электронном блоке при ударном воздействии, выполняется методом автономных блоков, который является декомпозиционным [1, 2]. Область электронного блока расчленяем условными границами на подобласти в виде прямоугольных параллелепипедов, которые рассматриваем как автономные блоки – волноводные трансформаторы с каналами Флоке [3]. Из решения краевой задачи для уравнения динамики деформированного тела [4] определяем математические описания (дескрипторы) для автономного блока в виде матрицы импеданса.

Декомпозиция области электронного блока на автономные блоки в виде прямоугольных параллелепипедов с последующей рекомпозицией является двухуровневой. На первом этапе область электронного блока по длине разбивается условными сечениями S_1, S_2, … (рис. 1,*а*) на цилиндрические области, на втором этапе цилиндрические области разбиваются на автономные блоки в виде прямоугольных параллелепипедов (рис. 1,*б*). При рекомпозиции на первом этапе объединяются дескрипторы автономных блоков цилиндрических областей, на втором этапе дескрипторы цилиндрических областей.

Дескриптор автономного блока в виде матрицы импеданса получен следующим образом. В объеме автономного блока V_0 (см. рис. 1,*б*) волновой процесс удовлетворяет уравнению динамики деформированного тела в линейном приближении для гармонических колебаний [4]:

$$c_\tau^2 \Delta\vec{u} + \omega^2\vec{u} + (c_l^2 - c_\tau^2)\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{u} = 0\,, \tag{1}$$

где ω – частота; $\vec{u}$ – вектор перемещения частиц; c_l, c_τ – фазовые скорости распространения продольной и поперечной волн. На поверхностях граней волновой процесс удовлетворяет условиям неасимптотического излучения, а поле на гранях представляется рядами Фурье [3].

Скорости распространения продольных и поперечных упругих волн определяются как $c_l = \sqrt{E/\rho}$, $c_\tau = \sqrt{E/\rho}$. Здесь G – модуль сдвига, E – модуль Юнга для материала автономного блока. Затухание упругих волн учитывается путем введения комплексного модуля Юнга (для продольных волн) и комплексного модуля сдвига (для поперечных волн):

$$\dot{E} = E\left(1 + i\frac{2\alpha_l c_l}{\omega}\right),\ \dot{G} = G\left(1 + i\frac{2\alpha_\tau c_\tau}{\omega}\right), \tag{2}$$

где α_l, α_τ – коэффициенты поглощения продольных и сдвиговых упругих волн, $\omega = 2\pi f$, частота f в Гц.

Используя формулы векторного анализа, преобразуем (1) к виду, удобному для решения краевой задачи проекционным методом:

$$\begin{cases} \operatorname{div}\vec{v} = -\dfrac{i\omega p}{c_l^2\rho_0},\ \operatorname{grad} p = \vec{H}; \\ \operatorname{rot}\vec{E} = \dfrac{i\omega\rho_0}{c_\tau^2}\vec{v} + \dfrac{1}{c_\tau^2}\vec{H},\ \operatorname{rot}\vec{v} = -\dfrac{i\omega}{\rho_0}\vec{E}, \end{cases} \tag{3}$$

где ρ_0 – плотность среды; p – давление; $\vec{v}$ – скорость частиц среды; $\vec{E}, \vec{H}$ – введенные векторные функции [3].

Используя две вспомогательные задачи на собственные значения для определения вихревой и потенциальной подсистем и формулу Остроградского – Гаусса, получаем интегральную потенциальную форму

$$\begin{cases} \sum\limits_{\beta=1}^{6}\int\limits_{S_\beta} p_k^*\,\vec{v}_\beta^{\,z}\,d\vec{S}_\beta + \int\limits_{S_V} p_k^*\,\vec{v}_V^{\,z}\,d\vec{S}_V = -i\omega\dfrac{1}{c_l^2\rho_0}\int\limits_{V_0} p\,p_k^*\,dV - i\dfrac{\omega_k}{c_l}\int\limits_{V_0}\vec{v}\vec{v}_k^*\,dV; \\ \sum\limits_{\beta=1}^{6}\int\limits_{S_\beta} p_\beta\,\vec{v}_k^*\,d\vec{S}_\beta = -i\dfrac{\omega_k}{c_l}\int\limits_{V_0} p\,p_k^*\,dV + \int\limits_{V_0}\vec{H}\vec{v}_k^*\,dV; \\ \sum\limits_{\beta=1}^{6}\int\limits_{S_\beta}(\vec{E}_\beta^{\,\tau}\times\vec{\tilde{v}}_l^*)\,d\vec{S}_\beta = i\omega\dfrac{\rho_0}{c_\tau^2}\int\limits_{V_0}\vec{v}\vec{\tilde{v}}_l^*\,dV + \dfrac{1}{c_\tau^2}\int\limits_{V_0}\vec{H}\vec{\tilde{v}}_l^*\,dV - i\omega_l\int\limits_{V_0}\vec{E}\,\vec{E}_l^*\,dV; \\ \sum\limits_{\beta=1}^{6}\int\limits_{S_\beta}(\vec{v}_\beta^{\,\tau}\times\vec{E}_l^*)\,d\vec{S}_\beta = -\int\limits_{V_0}\vec{E}\vec{E}_l^*\,dV - i\dfrac{\omega_l}{c_\tau^2}\int\limits_{V_0}\vec{v}\vec{v}_l^*\,dV, \end{cases} \tag{4}$$

где p_β – давление на поверхностях граней параллелепипеда $S_\beta(\beta=1,2,...,6)$; $\vec{v}_\beta^{\,z}$ – нормальные составляющие вектора скорости $\vec{v}$ на поверхностях граней параллелепипеда S_β; $\vec{v}_\beta^{\,\tau}$, $\vec{E}_\beta^{\,\tau}$ – касательные составляющие векторов $\vec{v}$, $\vec{E}$ на поверхностях граней параллелепипеда S_β; $\{p_k\}$, $\{\vec{v}_k\}$ – потенциальная подсистема функций; $\{\vec{E}_l\}$, $\{\vec{\tilde{v}}_l\}$ – вихревая подсистема функций.

Из проекционной интегральной формы (4) методом Галеркина получена система линейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{pmatrix} \mathbf{R}^{11} & \mathbf{0} & \mathbf{R}^{13} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}^{21} & \mathbf{R}^{22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}^{32} & \mathbf{R}^{33} & \mathbf{R}^{34} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}^{43} & \mathbf{R}^{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{c}^p \\ \mathbf{c}^H \\ \mathbf{d}^v \\ \mathbf{d}^E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}^{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}^{22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{W}^{33} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{W}^{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{a}^z \\ \mathbf{a}^\tau \\ \mathbf{b}^z \\ \mathbf{b}^\tau \end{pmatrix} \tag{5}$$

В системе алгебраических уравнений (4) $\mathbf{R}^{11}$, $\mathbf{R}^{13}$, $\mathbf{R}^{21}$, $\mathbf{R}^{22}$, $\mathbf{R}^{32}$, $\mathbf{R}^{33}$, $\mathbf{R}^{34}$, $\mathbf{R}^{43}$, $\mathbf{R}^{44}$, $\mathbf{W}^{11}$, $\mathbf{W}^{22}$, $\mathbf{W}^{33}$, $\mathbf{W}^{44}$ являются матрицами с элементами:

$$R_{kn}^{11} = -\frac{i\omega}{c_l^2 \rho_0} \int_{V_0} p_n \, p_k^* \, dV \; ; \; R_{kn}^{13} = -\frac{i\omega_k}{c_l} \int_{V_0} \vec{\tilde{v}}_n \cdot \vec{\tilde{v}}_k^* \, dV \; ; \; R_{kn}^{21} = -\frac{i\omega_k}{c_l} \int_{V_0} p_n \, p_k^* \, dV \; ;$$

$$R_{kn}^{22} = \int_{V_0} \vec{v}_n \cdot \vec{\tilde{v}}_k^* \, dV \; ; \; R_{ln}^{32} = \frac{1}{c_\tau^2} \int_{V_0} \vec{v}_n \cdot \vec{\tilde{v}}_l^* \, dV \; ; \; R_{ln}^{33} = \frac{i\omega\rho_0}{c_\tau^2} \int_{V_0} \vec{\tilde{v}}_n \cdot \vec{\tilde{v}}_l^* \, dV \; ;$$

$$R_{ln}^{34} = -i\omega_l \int_{V_0} \vec{E}_n \cdot \vec{E}_l^* \, dV \; ; \; R_{ln}^{43} = -\frac{i\omega_l}{c_\tau^2} \int_{V_0} \vec{\tilde{v}}_n \cdot \vec{\tilde{v}}_l^* \, dV \; ; \; R_{ln}^{44} = -\int_{V_0} \vec{E}_n \cdot \vec{E}_l^* \, dV \; ;$$

$$W_{kn(\beta)}^{11} = \int_{S_\beta} e_{n(\beta)}^z \, p_k^* \, dS_\beta \; ; \; W_{ln(\beta)}^{22} = \int_{S_\beta} (\vec{e}_{n(\beta)}^{\,\tau} \times \vec{E}_l^*) \cdot d\vec{S}_\beta \; ; \; W_{kn(\beta)}^{33} = \int_{S_\beta} h_{n(\beta)}^z \, \vec{v}_k^* \cdot d\vec{S}_\beta \; ; \; W_{ln(\beta)}^{44} = \int_{S_\beta} (\vec{h}_{n(\beta)}^{\,\tau} \times \vec{\tilde{v}}_l^*) \cdot d\vec{S}_\beta \; .$$

Из системы уравнений (5) исключаем векторы $\mathbf{c}^p, \mathbf{c}^H, \mathbf{d}^v, \mathbf{d}^E$ и преобразуем к ее виду: $\mathbf{b} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{a}$, где $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}^z \\ \mathbf{a}^\tau \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}^z \\ \mathbf{b}^\tau \end{pmatrix}$, $\mathbf{Z}$ – матрица импеданса, связывающая представление в виде коэффициентов Фурье скорости частиц с давлением. Рекомпозиция дескрипторов автономных блоков в виде матриц импеданса сводится к линейным операциям с матрицами.

Собственные упругие колебания электронного блока определяются методом автономных блоков следующим образом. На внешнюю поверхность блока накладываются краевые условия $\vec{v}_\tau = \vec{v}_l = 0$ (касательная и нормальная составляющие частиц скорости на поверхности автодина равны нулю), так как на электронный блок установлен жесткий стальной корпус, модуль упругости которого на три порядка выше модуля упругости для материала компаунда заливки блока.

Рекомпозиция дескрипторов автономных блоков сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Определение собственных частот продольных колебаний гетерогенной структуры электронного блока сводится к решению характеристического уравнения, которое следует из условия существования нетривиального решения полученной системы однородных уравнений.

1. Численное моделирование динамического состояния электронного блока

При численном моделировании динамического состояния электронного блока при продольном ударе рассматривались материалы, физико-механические характеристики которых приведены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики материалов

Материал	Плотность, ρ, кг/м^3	Модуль Юнга, Е, МПа
Термопласт	957 кг/м^3	1170 МПа
Стеклотекстолит	1700 кг/м^3	350 МПа
Полиуретан	1260 кг/м^3	40МПа

В математической модели электронного блока используем автономные блоки в виде прямоугольных параллелепипедов. Модель является ступенчатой. При увеличении количества автономных блоков ступенчатая модель стремится к плавному аналогу. Оптимальное количество автономных блоков при аппроксимации цилиндрических поверхностей определялось из численного эксперимента определения основной (низшей) собственной частоты f_0 продольных колебаний. Зависимость погрешности δ вычисления f_0 от числа автономных блоков N показана на рис. 2. По результатам исследования при электронном блоке количество автономных блоков принято равным 25×25, что соответствует погрешности вычислений не более 0,13 % (см. рис. 2).

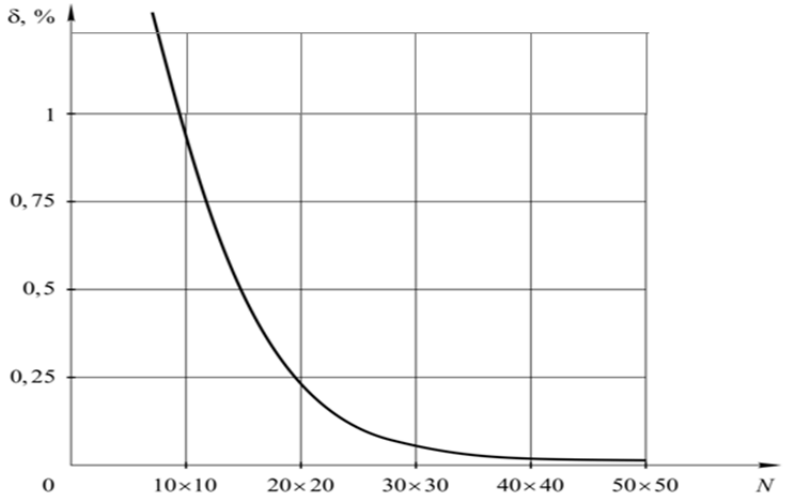


Рис. 2. Зависимость погрешности от числа автономных блоков

На рис. 3 приведены формы действующих ударных ускорений различной длительности Δτ при амплитуде ускорения $a = 1{,}5\cdot10^5$ м$\cdot$с$^{-2}$.

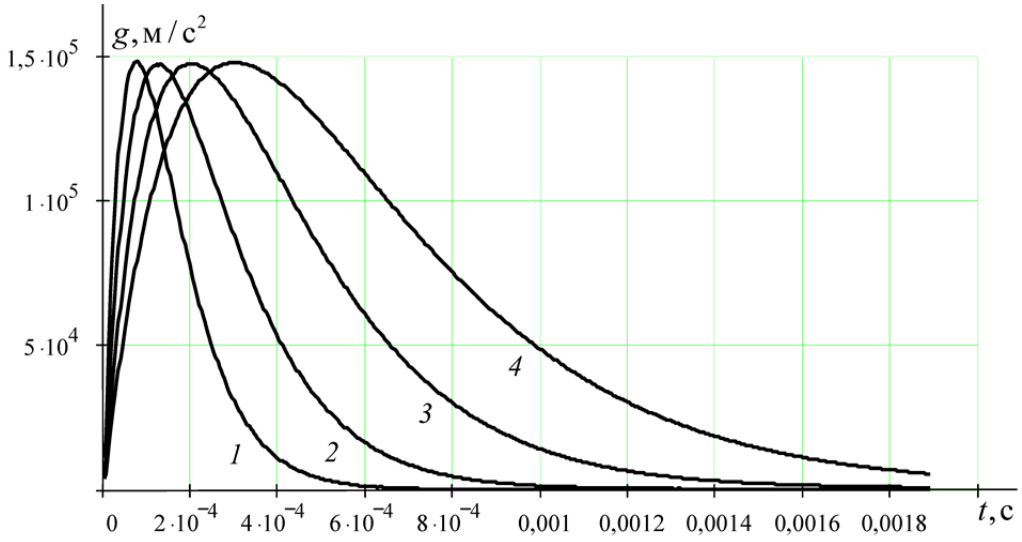


Рис. 3. Ударное ускорение: кривая *1* – $\Delta\tau = 0{,}2$ мс; *2* – $\Delta\tau = 0{,}3$ мс; *3* – $\Delta\tau = 0{,}5$ мс; *4* – $\Delta\tau = 0{,}8$ мс

На рис. 4 приведены кривые спектральной плотности зависимостей ударного ускорения от времени в логарифмическом масштабе и дискретный спектр собственных частот продольных колебаний электронного блока. Наименьшая собственная частота (основной тон) равна f_0 = 6997 Гц. Здесь $S(f)$ – спектральная плотность ускорения на частоте f; $S(0)$ – спектральная плотность в момент времени $\tau = 0$. Расчет выполнен для материалов, приведенных в табл. 1.

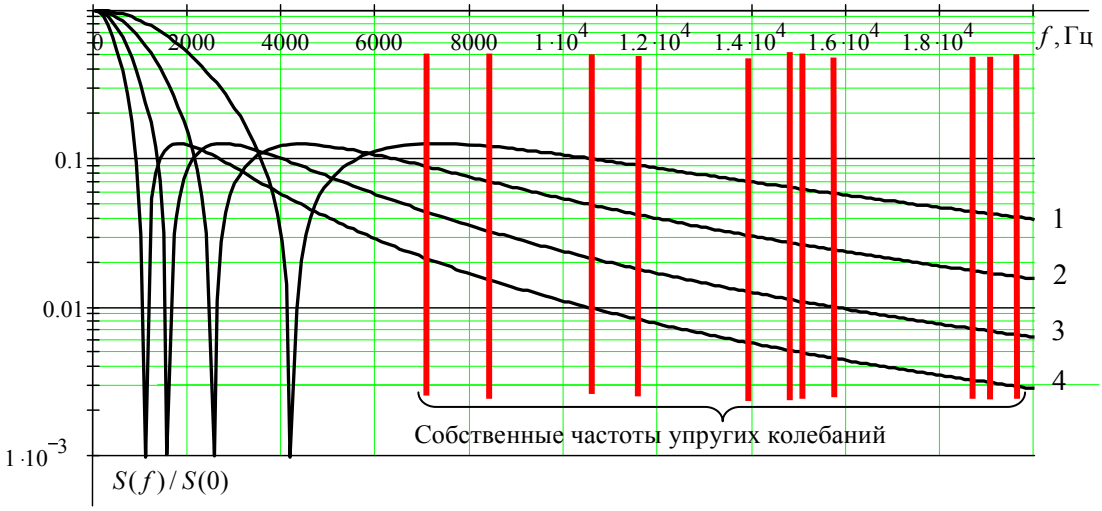


Рис. 4. Спектральная плотность ударного ускорения и спектр собственных частот:
1 – $\Delta\tau = 0{,}2$ мс; *2* – $\Delta\tau = 0{,}3$ мс; *3* – $\Delta\tau = 0{,}5$ мс; *4* – $\Delta\tau = 0{,}8$ м; заливка-полиуретан

Амплитуды вынужденных колебаний зависят от спектральной плотности кривых ударного возбуждения. С уменьшением спектральной плотности амплитуды вынужденных колебаний уменьшаются. Наибольшую амплитуду имеет колебание, которое соответствует основной собственной частоте f_0 = 6967 Гц. Амплитуда вынужденного колебания для основного тона зависит от длительности ударного ускорения $\Delta\tau$. Для коротких импульсов амплитуда колебаний наибольшая, для длинных импульсов – наименьшая.

На рис. 5 представлены результаты динамических расчетов при использовании для заливки мягкого материала «Виксинт» с модулем упругости E = 13 МПа. На рис. 6 представлены результаты численного анализа значений для основных собственных частот f_0 продольных колебаний при применении для заливки материалов различной жесткости с модулями E.

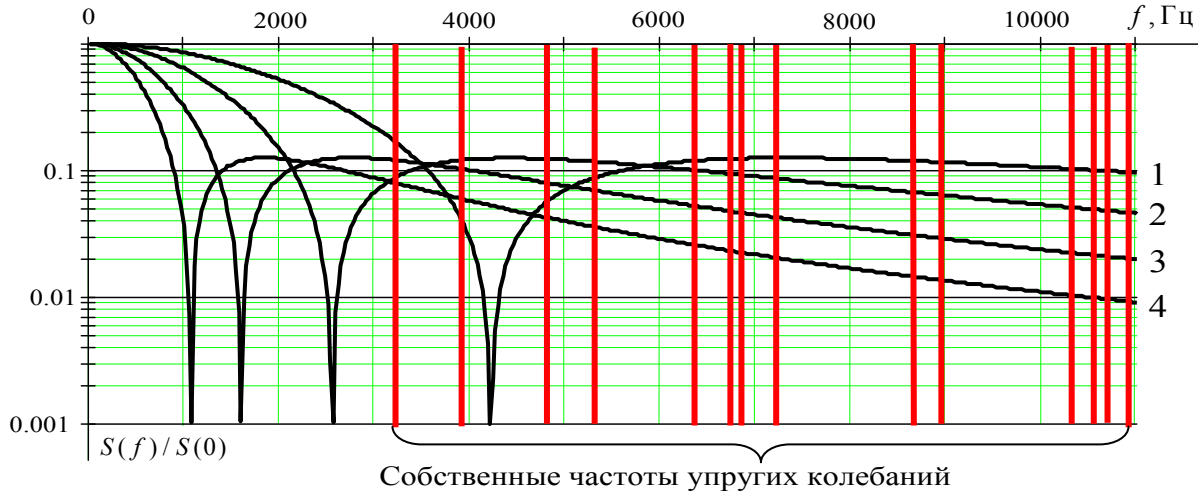


Рис. 5. Спектральная плотность кривых ударного ускорения и спектр собственных частот:
1 – $\Delta\tau = 0{,}2$ мс; *2* – $\Delta\tau = 0{,}3$ мс; *3* – $\Delta\tau = 0{,}5$ мс; *4* – $\Delta\tau = 0{,}8$ мс; заливка – «Виксинт»

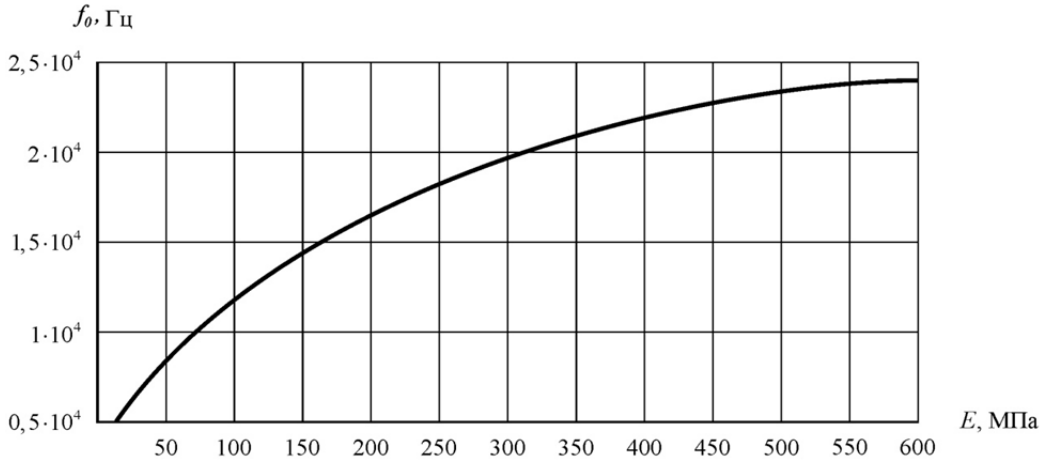


Рис. 6. Зависимость собственной частоты основного тона от модуля E материала заливки

Собственные частоты продольных колебаний зависят от упругих свойств материалов, которые используются в конструкции электронного блока. С увеличением модуля Юнга материала заливки собственная частота увеличивается, следовательно, будет уменьшаться амплитуда вынужденного колебания, так как спектральная плотность ударного ускорения с увеличением частоты уменьшается. Это можно использовать для повышения безотказности электронного блока при условии, что коэффициент поглощения заливки уменьшается незначительно с увеличением модуля Юнга. При малых значениях модуля Юнга и большом коэффициенте поглощения амплитуда колебаний значительная, но колебания быстро затухают. При больших значениях модуля Юнга и малом коэффициенте поглощения амплитуда колебаний небольшая, но колебания в течение более длительного времени воздействуют на ЭРИ, установленые на плате электронного блока.

Выводы

Результаты проведенных вычислительных экспериментов показали, что при увеличении жесткости заливочного материала электронного блока количество собственных частот продольных колебаний в заданном частотном диапазоне внешних возмущений уменьшается. Вывод собственных частот из эксплуатационного частотного диапазона способствует повышению вибро- и ударостойкости электронного блока и, как следствие, надежности изделия в целом. Здесь следует иметь в виду, что применение более жестких компаундов для заливки приводит к росту внутренних технологических и остаточных напряжений при полимеризации компаунда в процесе заливки блока. Это в свою очередь может повлиять на надежность ЭРИ, расположенных в электронном блоке [5–7].

Разработанная математическая модель и программный комплекс позволяют на этапе проектирования моделировать динамическое состояние гетерогенной структуры электронного блока при заданном эксплуатационном воздействии и выбирать оптимальный вариант заливочного компаунда.

Библиографический список

1. Артамонов, Д. В. Модели волновой динамики многослойных гетерогенных структур / Д. В. Артамонов, О. А. Голованов, В. В. Смогунов, А. А. Туманов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2009. – № 3. – С. 126– 133.
2. Волчихин, В. И. Построение математических моделей гетерогенных структур с использованием декомпозиционного подхода / В. И. Волчихин, Д. В. Артамонов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2011. – № 3 (19). – С. 61–68.
3. Голованов, О. А. Автономные блоки с виртуальными каналами Флоке и их применение для решения прикладных задач электродинамики / О. А. Голованов // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51, № 12. – С. 1423– 1430.
4. Ландау, Л. Д. Механика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Гос. изд. физ.-мат. литер., 1954. – 417 с.
5. Литвинов, А. Н. Датчик для измерения внутренних напряжений в залитых блоках приборов / А. Н. Литвинов // Новые промышленные технологии. – 2009. – № 6. – С. 18–20.

6. Хади, О. Ш. Конструкторско-технологические аспекты проектирования микросборок, работающих при динамическом нагружении / О. Ш. Хади, А. Н. Литвинов, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2016. – № 3 (15). – С. 41–48.
7. Кочегаров, И. И. Особенности исследования динамических характеристик печатных узлов в двухмерных задачах / И. И. Кочегаров, Г. В. Таньков, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2015. – № 2 (14). – С. 13–23.

Артамонов Дмитрий Владимирович
доктор технических наук, профессор,
директор Политехнического института,
Пензенский государственный университет
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: politeh@pnzgu.ru

Литвинов Александр Николаевич
доктор технических наук, профессор,
кафедра теоретической и прикладной механики,
Пензенский государственный университет
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: aleksletvinov@mail.24

Юрков Николай Кондратьевич
доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: yurkov_NK@mail.ru

Artamonov Dmitriy Vladimirovich
doctor of technical sciences, professor,
director of Polytechnic Institute,
Penza State University
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Litvinov Aleksandr Nikolaevich
doctor of technical sciences, professor,
sub-department of theoretical and applied mechanics,
Penza State University
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Yurkov Nikolay Kondrat'evich
doctor of technical sciences, professor,
head of sub-department of radio equipment
design and production,
Penza State University
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Аннотация. Показано, что актуальным является математическое моделирование динамического состояния блоков радиоэлектронных средств (РЭС), представляющих собой гетерогенную структуру, и на ранних стадиях проектирования для обоснованного принятия конструкторско-технологических решений по созданию вибро- и удароустойчивых конструкций. Рассмотрена методика применения автономных блоков для исследования динамических процессов в гетерогенных структурах изделий при ударном воздействии. Создана математическая модель исследования динамического процесса и на ее основе осуществлено численное моделирование динамического состояния электронного блока, проведен анализ спектральной плотности ударного ускорения и спектра собственных частот для различных материалов заливки. В результате этого доказано, что при увеличении жесткости заливочного материала электронного блока количества собственных частот продольных колебаний в заданном частотном диапазоне внешних возмущений уменьшается. Вывод собственных частот из эксплуатационного частотного диапазона способствует повышению вибро- и ударостойкости электронного блока и, как следствие, надежности изделия в целом.

Ключевые слова: гетерогенная структура, заливка, блок, удар, математическое моделирование, собственные частоты, ускорение.

Abstract. It is shown that is an actual mathematical modeling of dynamic state blocks of radio electronic facilities (REFS), represent a heterogeneous structure, and in the early stages of design for informed decision design \ u2012 technological solutions for creating vibration-and udaroustojchivyh designs. The method of application of autonomous units for the investigation of dynamic processes in heterogeneous structures with percussive effects. Created a mathematical model of dynamic process of study and numerical simulation of dynamic State implemented the electronic unit, a shock acceleration spectral density analysis and spectrum of natural frequencies for different materials fill. As a result, it has been proven that if you increase the rigidity of the material quantity electronic unit wash of natural frequencies of longitudinal vibrations in a given frequency range external perturbations decreases. Finding your own frequently.

Key words: heterogeneous structure, fill, block, kick, mathematical modeling, natural frequencies, acceleration.

УДК 531.3:681.2.08
Артамонов, Д. В.
Математическое моделирование динамики гетерогенной структурыэлектронного блока при ударном воздействии / Д. В. Артамонов, А. Н. Литвинов, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2017. – № 3 (19). – С. 18–24. DOI 10.21685/2307-4205-2017-3-3.